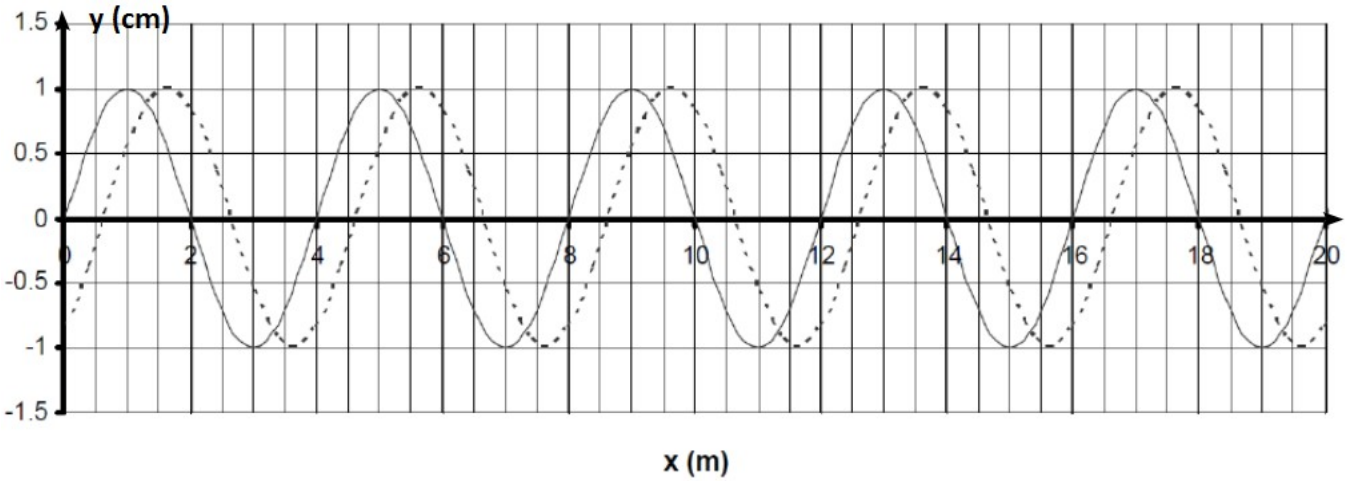
Préparation devoir surveillé n°6 sciences physiques

Exercice 1 : Photographie d'une onde

Ci-dessous et représenté le graphique d'une onde progressive sinusoïdale transversale se propageant dans le sens des *x* croissants. Le trait continu est la « photographie » de l'onde à t_0 . Une seconde image (pointillée) est prise à t_1 , 0,1 s plus tard.



1) Que signifie onde transversale ?

2) A quel type d'analyse correspond la photographie de l'onde à t_0 ?

3) Déterminer la longueur d'onde λ, la vitesse de propagation c, la fréquence *f* de l'onde ainsi que l'amplitude Y_m des oscillations.

4) A partir du graphe, déduire l'amplitude de l'onde notée $Y_M^+(x, t_0)$ à t_0 en fonction de Y_m et λ.

5) On suppose $t_0 = 0$, en déduire de l'expression précédente l'amplitude de l'onde notée $Y_M^+(x, t)$ en tout point M de l'axe O*x* en fonction de Y_m , λ et c .

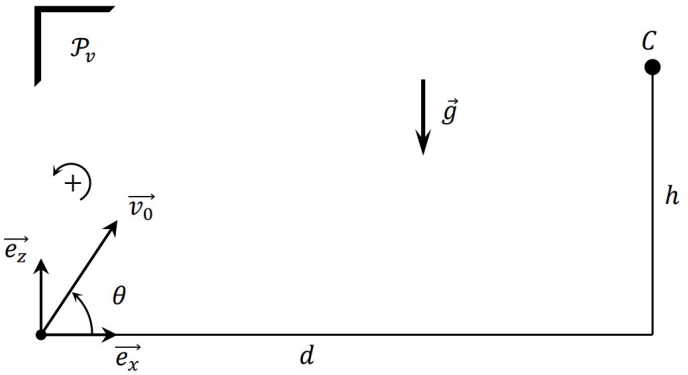
Exercice 2 : Corpuscule dans le champ de pesanteur

Dans le référentiel galiléen du laboratoire supposé galiléen, un projectile A assimilé à un point matériel, est tiré à l'instant initial dans un plan vertical P_v depuis l'origine *O* d'un repère cartésien $(O, \vec{e_x}, \vec{e_z})$, $\vec{e_z}$ donnant le sens de la verticale ascendante.

Le vecteur vitesse initiale $\vec{v_0}$ de A, de norme $v_0 = \|\vec{v_0}\|$, forme un angle θ avec l'axe $O\vec{e_x}$ (Fig. ci-contre).

On désigne par $\vec{g} = -g\vec{e_z}$ le vecteur champ de pesanteur $(g \approx 10 m.s^{-2})$ et on néglige tout frottement.

On considère une cible C placée à la distance *d* et à une hauteur *h*, dans P_v.



1. Établir les équations horaires du mouvement du projectile.
2. En déduire l'équation de la trajectoire.
3. Quelle condition doivent satisfaire v_0 et θ pour que l'altitude maximale, h_M, atteinte par *A* vérifie $h_M > h$?

A) $gh = \sqrt{v_0}/2$

B) $v_0 \cos\theta > \sqrt{gh}$

C) $v_0 \sin\theta > \sqrt{gh}$

D) $v_0 \sin\theta > \sqrt{2gh}$

4. Quelle relation v_0 et θ doivent-ils satisfaire pour que la cible soit atteinte ?

A) $\frac{-g\,d^2}{2\,v_0^2\cos^2\theta}+d\tan\theta=h$

B) $\frac{g\,d^2}{2\,v_0^2\cos^2\theta}-d\tan\theta=h$

C) $\frac{g\,d^2}{v_0^2\sin^2\theta}+d\tan\theta=h$

D) $\frac{g\,d^2}{2\,v_0^2\sin^2\theta}-d\tan\theta=h$

5. On fixe v_0 (jusqu'à la fin de cet exercice), θ devenant alors le seul paramètre variable. La cible n'est atteinte que lorsque :

$$K_1\tan^2\theta-d\tan\theta+K_2=0$$

où K_1 et K_2 sont des coefficients indépendants de θ. Exprimer K_1.

A) $K_1=\frac{g\,d^2}{2\,v_0^2}$ B) $K_1=\frac{g\,d^2}{v_0^2}$ C) $K_1=\frac{2\,g\,d^2}{v_0^2}$ D) $K_1=\frac{g\,d^2}{4\,v_0^2}$

6. Exprimer K_2.

A) $K_2=h+\frac{g\,d^2}{2\,v_0^2}$ B) $K_2=h$ C) $K_2=\frac{g\,d^2}{v_0^2}$ D) $K_2=h-\frac{g\,d^2}{v_0^2}$

7. La cible peut être atteinte si son altitude *h* ne dépasse pas une altitude limite $h_l(d,v_0)$. Exprimer $h_l(d,v_0)$:

A) $h_l(d,v_0)=\frac{-g\,d^2}{2\,v_0^2}$

B) $h_l(d,v_0)=\frac{v_0^2}{2\,g}$

C) $h_l(d,v_0)=\frac{v_0^2}{2\,g}-\frac{g\,d^2}{2\,v_0^2}$

D) $h_l(d,v_0)=\frac{g\,d^2}{2\,v_0^2}+\frac{v_0^2}{g}$

8. La condition précédente étant respectée, combien de trajectoires contiennent la cible ?

A) Une seule trajectoire.

B) Deux trajectoires (ou une seule dans un cas limite).

C) Trois trajectoires (ou deux dans un cas limite).

D) Une infinité de trajectoires.

PROBLEME : Ondes stationnaires

Donnée : $\sin p-\sin q=2\sin\left(\frac{p-q}{2}\right)\cos\left(\frac{p+q}{2}\right)$

Onde sur une corde de Melde

On considère une corde de Melde de longueur L = 1m, tendue entre un vibreur et une poulie. On repère les points de la corde grâce à un axe *Ox* comme indiqué ci-dessous.



Dans un premier temps le vibreur ne fonctionne pas.

Les deux extrémités de la corde en *x=0* et *x=L* sont immobiles. On pince la corde de façon a donner un mouvement transversale d'élongation $y(x,t)$ aux différents points de la corde. On modélise l'onde sur la corde $y(x,t)$ comme la superposition d'une onde progressive sinusoïdale $y_1(x,t)=A_1\sin(\omega t-kx)$ se propageant dans le sens des *x* croissants, et d'une onde progressive sinusoïdale $y_2(x,t)=A_2\sin(\omega t+kx+\varphi)$ se propageant dans le sens opposé (*x* décroissants).

1. Montrer que dans l'expression de $y_1(x,t)$ et $y_2(x,t)$, $k=\frac{2\pi}{\lambda}$ où λ est la longueur d'onde de l'onde sur la corde.

2. Écrire l'onde résultante $y(x,t)=y_1(x,t)+y_2(x,t)$. Montrer en utilisant la condition aux limites en *x=0* que $y(x,t)=A_1\sin(\omega t-kx)-A_1\sin(\omega t+kx)$

3. Établir l'expression de $y(x,t)$ sous la forme : $y(x,t)=u(t)\times v(x)$, quel est le type d'onde ?

4. Établir l'expression des fréquences propres en fonction d'un entier *n* , *L* et *c* la célérité de l'onde puis des longueurs d'onde correspondantes en fonction de *n* et *L*.

Onde dans un tuyau

La colonne d'air contenue dans un instrument à vent (flûte, clarinette, tuyau d'orgue …) se comporte de manière analogue à une corde tendue : elle vibre selon une superposition des modes propres . Les conditions aux limites du tube sont les suivantes :

- Si l'extrémité du tuyau est ouverte, la pression acoustique est nulle à cette extrémité (nœud de pression)
- Si le tuyau est fermé, l'amplitude des variations de la pression acoustique est maximale (présence d'un ventre de pression).

La fréquence du 1er mode propre (n=1), appelé mode fondamental, détermine la note, les autres modes propres constituent les harmoniques et définissent le timbre du son émis.

5. On considère un tuyau de longueur L ouvert aux deux extrémités, dans lequel la célérité des ondes sonores est c.

5.1. Représenter schématiquement la variation de la pression acoustique dans le tuyau pour les 3 premiers modes propres en précisant sur le schéma la longueur d'onde correspondante.

5.2. Pour tout mode propre d'ordre n, exprimer la longueur L du tuyau en fonction de la longueur d'onde λ_n et n, puis les fréquences des modes propres f_n en fonction de n, c et L.

6. On considère un tuyau de longueur L dont l'une des extrémités du tuyau est ouverte et l'autre fermée dans lequel la célérité des ondes sonores est c.

6.1. Représenter schématiquement la variation de la pression acoustique dans le tuyau pour les 3 premiers modes propres en précisant sur le schéma la longueur d'onde correspondante.

6.2. En déduire pour tout mode propre d'ordre n, la longueur L du tuyau en fonction de la longueur d'onde λ_n et de n, en déduire les fréquences des modes propres f_n en fonction de n, c et L.

7. Première application : les grandes orgues sont constitués de tuyaux dont d'une des extrémités au moins est ouverte, ils peuvent produire des sons très graves.

7.1. Calculer la longueur d'onde d'un son de fréquence égale à 33 Hz (Do0) en prenant la célérité c = 340 $m.s^{-1}$.

7.2. Calculer la longueur minimale d'un tuyau produisant cette note. De quel type de tuyau s'agit-il ?

8. Deuxième application : On peut (grossièrement) modéliser une clarinette par **un tube fermé au niveau de l'embouchure** et ouvert à l'autre extrémité.

8.1. Expliquer pourquoi le son produit par une clarinette ne comporte que des harmoniques de rangs impairs (la fréquence des harmoniques est un nombre de fois impair celle du fondamental).

8.2. L'instrument est muni d'une clé de douzième qui ouvre un trou situé à distance L/3 de l'embouchure. Lorsque ce trou est ouvert, la pression acoustique en ce point est nulle. Expliquer comment est modifier la fréquence du mode fondamental en ouvrant le trou ? Quel est l'effet de l'ouverture du trou sur la note du son émis par l'instrument ?

Correction préparation devoir surveillé n°6 sciences physiques

Exercice 1 : Exploitation d'un graphe

1) Une onde transversale est telle que la perturbation est orthogonale à la direction de propagation.

2) On fait une analyse **spatiale**.

3) λ = 4 m; c = 6 m/s ; f = 1,5 Hz et Ym = 1 cm

4) $\boxed{g(x)=Y_M^+(x,t_0)=Y_m\sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)}$.

5) $\boxed{Y_M^+(x,t)=Y_m\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x-ct)\right)}$.

Exercice 2 : Corpuscule dans le champ de pesanteur (d'après ENAC 2024)

1. Le repère d'espace est $R(O,\vec{e}_x,\vec{e}_z)$; le système étudié est le projectile A. Les coordonnées adaptées sont les coordonnées cartésiennes.

Vecteurs cinématiques : $\overrightarrow{OA}=x\vec{e}_x+z\vec{e}_z$, $\vec{v}=\dot{x}\vec{e}_x+\dot{z}\vec{e}_z$, $\vec{a}=\ddot{x}\vec{e}_x+\ddot{z}\vec{e}_z$

Bilan des forces: $\vec{P}=-mg\vec{e}_z$

2ème loi de Newton: $m\vec{a}=\vec{P}$. Par projection sur les axes on obtient: $m\ddot{x}=0$ (1) et $\ddot{z}=-g$ (2) .

D'après les conditions initiales: $x(0)=0$; $z(0)=0$; $\dot{x}(0)=v_0\cos\theta$ et $\dot{z}(0)=v_0\sin\theta$.

Par intégration des équations (1) et (2) on obtient: $\boxed{x(t)=(v_0\cos\theta)t}$ (1') et $\boxed{z(t)=\frac{-1}{2}gt^2+(v_0\sin\theta)t}$ (2')

---

2. De (1') on tire $t=\frac{x}{v_0\cos\theta}$. En remplaçant dans (2').On obtient l'équation de la trajectoire:

$\boxed{z=-\frac{1}{2}g\frac{x^2}{v_0^2\cos^2\theta}+\tan\theta\, x}$.

---

3. Le point M d'altitude $h_M$est tel que $\left(\frac{dz}{dx}\right)_M=0=-g\frac{x_M}{v_0^2\cos^2\theta}+\tan\theta$ soit $x_M=\frac{v_0^2\sin\theta\cos\theta}{g}$ d'où en remplaçant dans l'équation de la trajectoire : $h_M=\frac{-\frac{1}{2}g\frac{v_0^4\sin^2\theta\cos^2\theta}{g^2}}{v_0^2\cos^2\theta}+\tan\theta\frac{v_0^2\sin\theta\cos\theta}{g}$ soit $h_M=-\frac{1}{2}\frac{v_0^2\sin^2\theta}{g}+\frac{v_0^2\sin^2\theta}{g}$

d'où $\boxed{h_M=\frac{v_0^2\sin^2\theta}{2g}}$. La condition $h>h_M$ conduit à $\boxed{v_0\sin\theta>\sqrt{2gh}}$, **réponse D**.

---

4. Il suffit de remplacer z par h et x par d dans l'équation de la trajectoire d'où : $\boxed{h=\frac{-gd^2}{2v_0^2\cos^2\theta}+(\tan\theta)d}$ **réponse A**.

---

5. Puisque $\tan^2\theta=\frac{1-\cos^2\theta}{\cos^2\theta}=\frac{1}{\cos^2\theta}-1$ on peut écrire la précédente équation $h=\frac{-gd^2}{2v_0^2}(1+\tan^2\theta)+(\tan\theta)d$ puis la mettre sous la forme $\frac{gd^2}{2v_0^2}\tan^2\theta-(\tan\theta)d+h+\frac{gd^2}{2v_0^2}=0$ où l'on identifie $\boxed{K_1=\frac{gd^2}{2v_0^2}}$: **réponse A**.

---

6. On identifie également $\boxed{K_2 = h + \frac{g d^2}{2 v_0^2}}$: **réponse A**.

---

7. Pour avoir solution de l'équation de la question 9, il faut que $0 \le d^2 - 4\frac{g d^2}{2 v_0^2}\left(h + \frac{g d^2}{2 v_0^2}\right)$ soit $2 v_0^2 d^2 \ge 4 g d^2 \left(h + \frac{g d^2}{2 v_0^2}\right)$ qui donne $\frac{v_0^2}{2g} \ge h + \frac{g d^2}{2 v_0^2}$ et enfin $\boxed{h \le h_l = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{g d^2}{2 v_0^2}}$: **réponse C**.

---

8. Pour $\theta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ et la condition précédente respectée, l'équation de la question 9 n'admet que deux solutions donc deux valeurs de θ possible, avec possibilité d'une racine double lorsque le discriminant de cette équation est nul : **réponse B.**

Problème 1 : Ondes stationnaires

Onde sur une corde de Melde

1. $y_1(x,t) = f\left(t - \frac{x}{c}\right) = A_1 \sin\left(\omega\left(t - \frac{kx}{\omega}\right)\right)$ par identification : $\frac{1}{c} = \frac{k}{\omega}$ donc $k = \frac{\omega}{c}$ or $\omega = 2\frac{\pi}{T}$ et $\lambda = cT$ donc $\boxed{k = 2\frac{\pi}{\lambda}}$.

2. $y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t) = A_1 \sin(\omega t - kx) + A_2 \sin(\omega t + kx + \varphi)$. On sait que quelque-soit t $y(0,t) = 0$ cad : $A_1 \sin(\omega t) + A_2 \sin(\omega t + \varphi) = 0$ (1).

En prenant la valeur particulière t=0, on obtient : $A_1 \sin(0) + A_2 \sin(0 + \varphi) = 0$ soit $A_2 \sin(\varphi) = 0$. A_2 n'est pas nul donc $\sin(\varphi) = 0$ d'où $\varphi = p\pi$ avec $p \in \mathbb{Z}$.

(1) devient avec la condition précédente : $A_1 \sin(\omega t) + A_2 \sin(\omega t + p\pi) = 0$

- Si p est pair l'expression devient : $A_1 \sin(\omega t) + A_2 \sin(\omega t) = 0$ ainsi $A_2 = -A_1$
- Si p est impair l'expression devient $A_1 \sin(\omega t) - A_2 \sin(\omega t) = 0$ ainsi $A_2 = A_1$

On obtient finalement dans les deux cas : $\boxed{y(x,t) = A_1 \sin(\omega t - kx) - A_1 \sin(\omega t + kx)}$.

3. $y(x,t) = A_1 \sin(\omega t - kx) - A_1 \sin(\omega t + kx) = 2A_1 \sin(-kx)\cos(\omega t)$ d'où :
$\boxed{y(x,t) = -2A_1 \sin(kx)\cos(\omega t)}$. L'expression trouvée est bien du type $y(x,t) = u(t) \times v(x)$.

L'onde obtenue est une onde stationnaire.

4. Pour obtenir les fréquences propres on exprime la condition aux limites $y(L,t) = 0$ soit $\sin(kL) = 0$ d'où $\boxed{kL = n\pi}$ avec $n \in \mathbb{N}$ or $k = \frac{\omega_n}{c} = \frac{2\pi f_n}{c}$ d'où $\frac{2\pi f_n}{c} L = n\pi$ d'où : $\boxed{f_n = \frac{nc}{2L}}$ et $\boxed{\lambda_n = \frac{2L}{n}}$.

5. L'onde obtenue est une onde stationnaire. $y(L,t) = Y_0 \sin(\omega t)\sin(k(L-L)) = 0$. il existe bien un nœud de vibration en x=L, la condition aux limites est vérifiée.

6. $y(0,t) = a\sin(\omega t) = Y_0 \sin(\omega t)\sin(kL)$ d'où $\boxed{Y_0 = \frac{a}{\sin(kL)}}$.

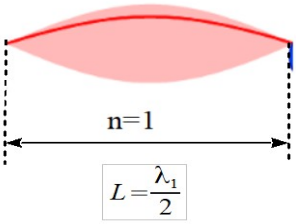
On obtient ainsi : $\boxed{y(x,t) = \frac{a}{\sin(kL)} \sin(\omega t)\sin(k(L-x))}$.

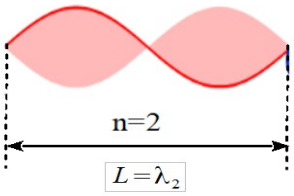
7. *y(x,t)* est infini quand $kL = n\pi$ cette relation définissant les modes propres, on en déduit que le phénomène de résonance a lieu quand on excite la corde suivant l'un de ses modes propres.

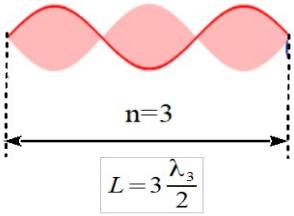
Onde dans un tuyau

8. Tuyau ouvert aux deux extrémités.

8.1. 3 premiers modes propres



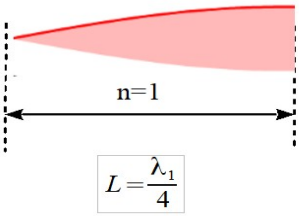


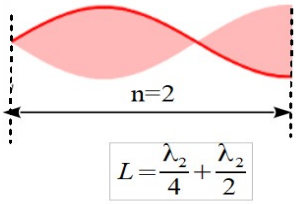


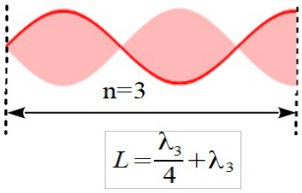
8.2. D'après la question 4 $\boxed{L=n\frac{\lambda_n}{2}}$ et $\boxed{f_n=\frac{n\,c}{2\,L}}$.

9. Tuyau ouvert à une extrémité et fermé à l'autre.

9.1. 3 premiers modes propres.







9.2. En commençant la numérotation par n=1, $\boxed{L=\frac{\lambda_n}{4}+(n-1)\frac{\lambda_n}{2}=(2n-1)\frac{\lambda_n}{4}}$.

La fréquence correspondante est : $f_n=\frac{c}{\lambda_n}$ d'où $\boxed{f_n=\frac{(2n-1)c}{4L}}$

10. **Première application :**

10.1. $\lambda=\frac{c}{f}$ d'où $\boxed{\lambda=\frac{340}{33}=10{,}3\,m}$.

10.2. La note est donnée par la fréquence du mode fondamental, c'est à dire n=1. Le tuyau le plus petit pouvant donner cette note doit avoir une extrémité ouverte et une extrémité fermée. $\boxed{L=\frac{\lambda_1}{4}=2{,}58\,m}$

11. **Deuxième application**

11.1. Dans le cas de la clarinette,la fréquence du fondamental (n=1) est $\boxed{f_1=\frac{c}{4L}}$ celles des harmoniques (n>1) sont telles que : $\boxed{f_n=(2n-1)f_1}$. cette formule monte que la fréquence des harmoniques est un nombre de fois impair la fréquence du fondamental.

11.2. Sans trou la fréquence du fondamental est $\boxed{f_1=\frac{c}{4L}}$. Ouvrir un trou à la distance $L'=\frac{L}{3}$ engendre un nœud de surpression. A l'embouchure il y a un ventre de surpression si bien que la nouvelle fréquence du fondamental est $\boxed{f_1'=\frac{c}{4L'}=3f_1}$

La fréquence du fondamental est multipliée par 3. La note est inchangée mais plus aiguë (la fréquence de la 1ère harmonique devient la fréquence du fondamental.