Accordeur de guitare

Un micro transforme un signal acoustique en signal électrique de même fréquence (tension). Après transformation en signal électrique, l'analyse du spectre de la décomposition en série de Fourier du signal acoustique émis est constitué de la fréquence du fondamental f_1 et de fréquences multiples nf_1 constituant les harmoniques (en pratique, des non linéarités entraînent l'apparition d'autres fréquences dans le spectre du signal).

La fréquence f_1 du mode fondamental détermine la note. La répartition et les amplitudes des harmoniques définissent le timbre du son.

Nous allons étudier quelques aspects d'un accordeur de guitare.

La guitare comporte six cordes: Mi grave, La, Ré, Sol, Si, Mi aigu. Les fréquences fondamentales théoriques de vibration de ces cordes, notées f_{ac} sont données dans le tableau 1.

Corde	Fréquence (f_{ac})
Mi grave	82,4 Hz
La	110,0 Hz
Ré	146,8 Hz
Sol	196 Hz
Si	246,9 Hz
Mi aigu	329,6 Hz

Tableau 1 Fréquences fondamentales de vibration des cordes de guitare

On souhaite accorder une corde légèrement désaccordée: on notera f_{oc} la fréquence fondamentale de vibration de la corde en question.

Principe de l'accordeur :

- Sélection de la corde à accorder (donc f_{ac} est fixée).
- Création d'un signal carré de référence de fréquence f_{ac} avec un oscillateur .
- Enregistrement du signal $u_e(t)$ provenant de l'excitation de la corde à accorder: signal quelconque, d'amplitude assez faible, de fréquence f_{oc}.
- Amplification et filtrage de ce signal.
- Extraction de la fondamentale du signal: obtention d'un signal sinusoïdal de fréquence f_{oc} par l'utilisation d'un filtre à fréquence caractéristique réglable par le signal extérieur de référence.
- Mise en forme de ce signal: obtention d'un signal carré de fréquence f_{oc}.
- On a donc à disposition deux signaux carrés (signaux logiques) de fréquences respectives f_{ac} et f_{oc}.
- Dans les accordeurs récents le traitement est numérique: les signaux sont envoyés dans un calculateur numérique intégré qui calcule l'écart de fréquence et indique à l'utilisateur quand la corde est accordée, c'est-à-dire quand $f_{ac} = f_{oc}$.

Le Signal

La figure 2 montre un exemple de signal électrique à la sortie du micro d'une guitare électrique.

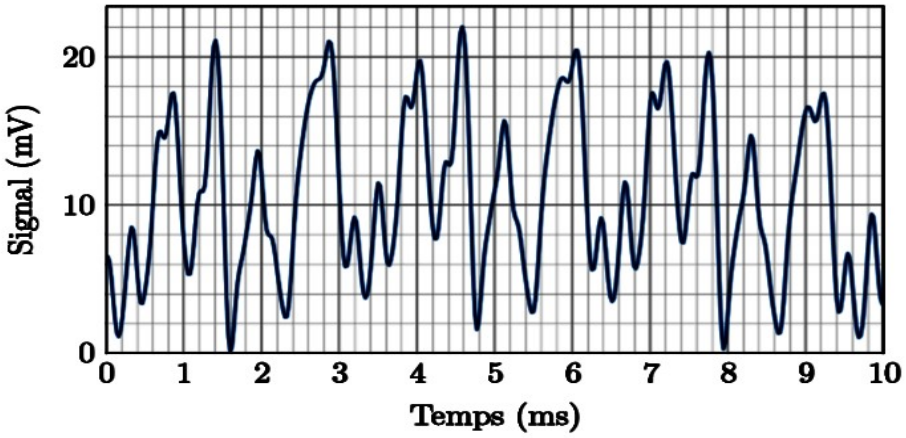


Figure 2 Signal de la guitare

1. Donner une valeur approchée de la valeur moyenne de ce signal.

2. Donner une estimation de la valeur de la fréquence de ce signal (on peut supposer qu'en première approximation le signal est périodique).

3. De quelle corde de guitare s'agit-il?

4. L'analyse spectrale de ce signal fera-t-elle apparaitre des harmoniques? Justifier.

Premier filtre

Avant toute chose, le signal électrique provenant du micro de la guitare est envoyé sur le filtre de la figure 3 (filtre (F_a)).

5. En effectuant un schéma équivalent en BF (basse fréquence), puis un autre en HF (haute fréquence), déterminer sans calcul le type de ce filtre.

6. En supposant l'entrée sinusoïdale, définir et établir l'expression de la fonction de transfert $\underline{H}_1(j\omega)$ de ce filtre en fonction de R_1, C_1 et de la pulsation ω du signal.

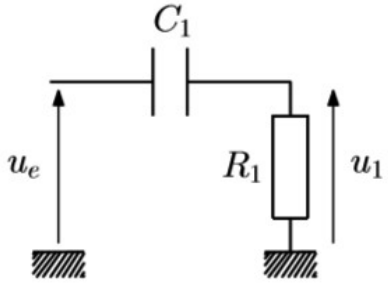


Figure 3 Filtre (F_a)

7. Ecrire la fonction de transfert sous la forme : $\boldsymbol{H_1(j\omega)=\dfrac{j\frac{\omega}{\omega_1}}{1+j\frac{\omega}{\omega_1}}}$. Exprimer la pulsation caractéristique ω_1 en fonction de R_1 et C_1 et préciser sa signification.

8. Tracer l'allure du diagramme de Bode asymptotique relatif au gain en choisissant la variable $x=\frac{\omega}{\omega_1}$.

9. On a choisi R_1=100kΩ et C_1=100nF. Calculer la fréquence de coupure f_1 à −3dB de ce filtre. Au vu de l'allure du signal de la figure 2, quel est le rôle de ce premier filtre ?

Second filtre : amplification (légèrement) sélective

En sortie du filtre de la figure 3 le signal $u_1(t)$ est envoyé sur le filtre de la figure 4 (filtre (F_b)).

Ce filtre comporte un amplificateur opérationnel dont le candidat n'a pas besoin de connaître le fonctionnement.

On admet que la fonction de transfert du filtre F_b est $\boldsymbol{\underline{H}_2(j\omega)=1+\dfrac{G_0}{1+j\frac{\omega}{\omega_2}}}$

où $G_0=\dfrac{R_2}{R_3}$ et $\omega_2=\dfrac{1}{R_2C_2}$.

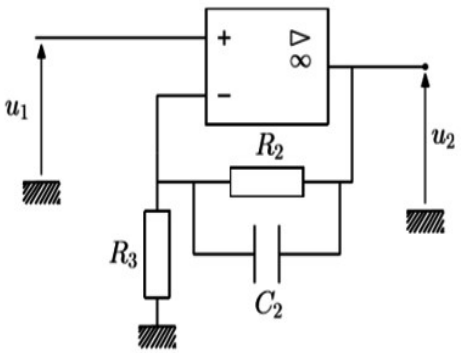


Figure 4 Filtre (F_b)

10. Etablir l'expression du gain $G_2(\omega)=|\underline{H_2}(j\omega)|$. Quelle est sa limite en basse fréquence ? en haute fréquence ?

11. Calculer numériquement la fréquence caractéristique f_2 correspondant à ω_2 si R_2 = 680kΩ, R_3 = 6kΩ et C_2=470pF ainsi que son gain G_0. Expliquer quel est le rôle de ce second filtre.

Troisième filtre: Filtrage (très) sélectif commandé

On souhaite maintenant sélectionner la fréquence fondamentale f_{oc} du signal u_2, dont la valeur est à priori voisine de celle de la fréquence fondamentale théorique de vibration de la corde sélectionnée sur l'accordeur (f_{ac}) (on suppose que la corde est légèrement désaccordée).

On suppose pour la suite que c'est la corde Mi aigüe que l'on souhaite accorder. Le principe du filtre (F_C) est que sa fréquence caractéristique soit réglée par le signal de référence de fréquence f_{ac}.

La figure 5 représente le diagramme de Bode relatif au gain du filtre (F_C) tracé à deux échelles différentes.

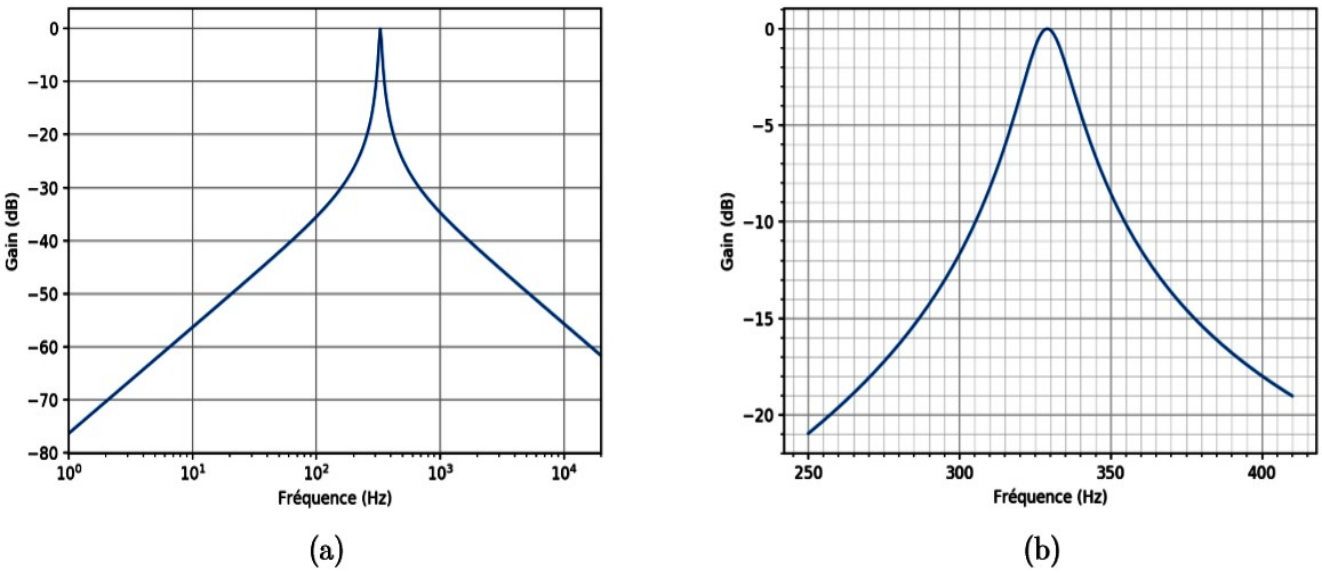


Figure 5 Diagramme de Bode en gain du filtre (F_c)

12. Dire en le justifiant rapidement, de quel type de filtre il s'agit. Quelle est sa fréquence centrale caractéristique ?

13. Donner une estimation de sa bande-passante à −3dB après l'avoir définie.

14. Si la corde est désaccordée à f_{co} = 315Hz, estimer, en le justifiant, de quel facteur est atténuée sa composante spectrale fondamentale en sortie de ce filtre (on exprimera le rapport de l'amplitude de la tension de sortie sur la tension d'entrée).

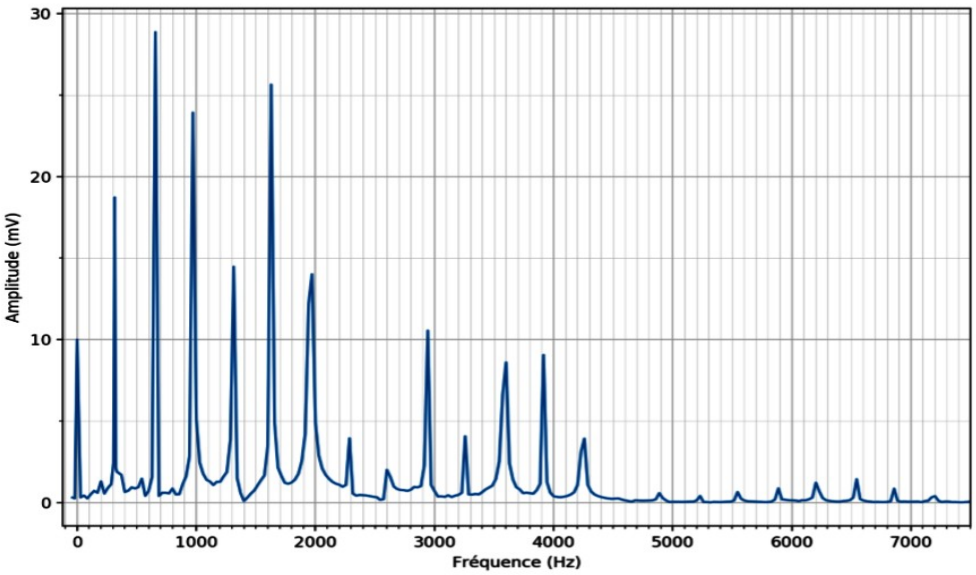


Figure 6 Spectre du signal d'entrée

L'analyse spectrale La figure 6 correspond au spectre du signal d'entrée u_e représenté sur la figure 2.

15. Justifier qu'il est parfaitement cohérent qu'il s'agisse du spectre du signal de la figure 2.

16. En le justifiant soigneusement, dire quel spectre de la figure 7 correspond à la sortie du premier filtre (F_a).

17. Même question, pour la sortie du filtre (F_b).

18. Tracer l'allure du spectre du signal en sortie du filtre (F_c). Tracer l'allure du signal (temporel) correspondant.

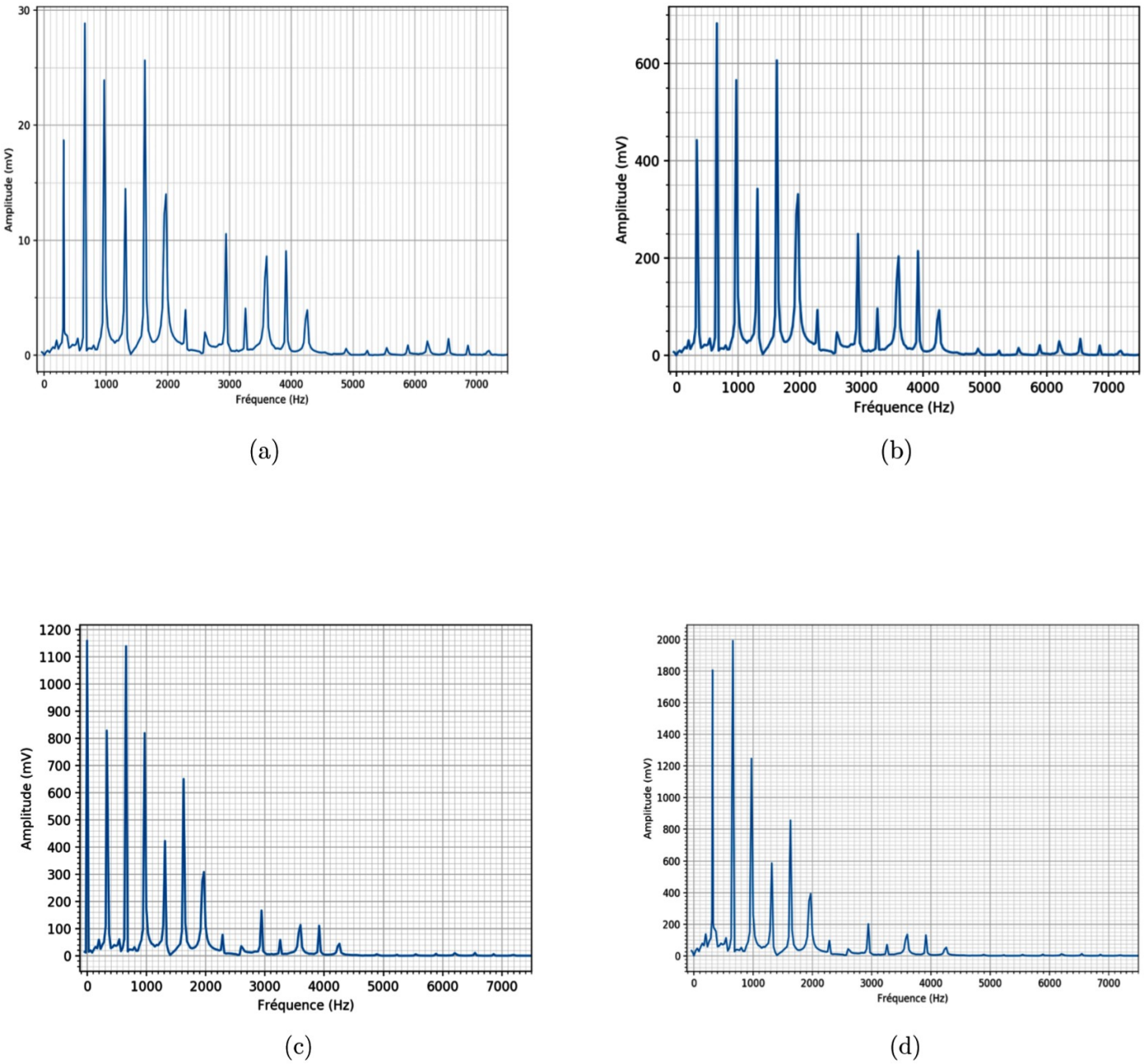


Figure 7 Spectres

Correction préparation devoir surveillé n°6 sciences physiques

Accordeur de guitare *(d'après centrale PSI 2019)*

Le signal

1. La valeur moyenne du signal est d'environ 10 mV.

2. On relève la période sur le graphe de la figure 2, et on trouve environ 3,2 ms.

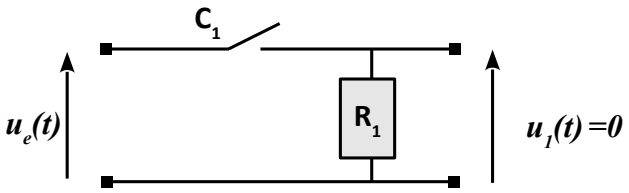
La fréquence correspondante est **f ≈ 315 Hz**.

3. La fréquence donnée la plus proche de la fréquence mesurée correspond à la corde de Mi aigu (désaccordée).

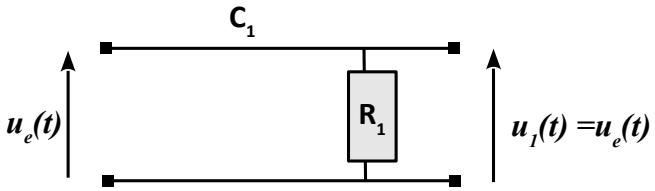
4. Le signal n'étant pas sinusoïdal, plusieurs harmoniques seront présentes dans le spectre.

Premier filtre

5. *En basse fréquence (ci-contre):* le condensateur est équivalent à un interrupteur ouvert ainsi $u_1(t)=0$.



En haute fréquence (ci-contre): le condensateur est équivalent à un fil ainsi $u_1(t)=u_e(t)$.



Conclusion : Le filtre coupe les basses fréquences : c'est un filtre passe-haut.

6. Fonction de transfert :

$$\underline{H}_1(j\omega)=\frac{\underline{U}_s}{\underline{U}_e}=\frac{\underline{Z}_R}{\underline{Z}_R+\underline{Z}_c}=\frac{R_1}{R_1+\frac{1}{jC_1\omega}} \text{ où } \boxed{\underline{H}_1(j\omega)=\frac{jR_1C_1\omega}{1+jR_1C_1\omega}}$$

7. $\boxed{\underline{H}_1(j\omega)=\frac{j\frac{\omega}{\omega_1}}{1+j\frac{\omega}{\omega_1}}}$, On reconnaît est un filtre passe-haut du 1er ordre . $\boxed{\omega_1=\frac{1}{R_1C_1}}$ est la pulsation de coupure du filtre.

8. En posant $x=\frac{\omega}{\omega_1}$ la fonction de transfert devient : $\boxed{\underline{H}_1(jx)=\frac{jx}{1+jx}}$. Pour tracer le diagramme de Bode on étudie le comportement asymptotique.

Équations des asymptotes.

- Pour $x\to 0^+$: on considère que $1+jx=1$ d'où $\underline{H}_{10+}=jx$.

On en déduit $|\underline{H}_{10+}|=G_{10+}=x$ d'où $GdB1_{0+}=20\log G_{10+}=20\log x$

- Pour $x\to\infty$: on considère que $1+jx=jx$ d'où $\underline{H}_{1\infty}=1$.

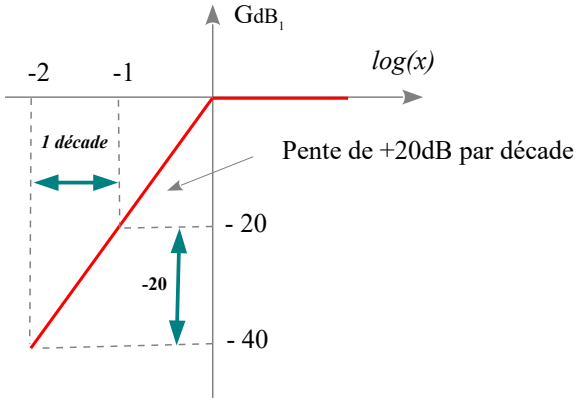
On en déduit $|\underline{H}_{1\infty}|=G_{1\infty}=1$ d'où

$$GdB_{1\infty}=20\log H_{1\infty}=20\log(1)=0$$

Tracé du diagramme :

• Intersection des asymptotes :
$GdB_{10+} = GdB_{1\infty} \Rightarrow 20\log x = 0 \Rightarrow \log x = 0$ les asymptotes se croisent au point (0,0)

$GdB_{10+} = -20$ pour $\log x = -1$



9. $f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi} = \frac{1}{2\pi R_1 C_1} = \frac{1}{2\pi \times 100.10^3 \times 100.10^{-9}} = 15{,}9\ Hz$. Cette fréquence est très inférieure à la fréquence du signal de la figure 2, le but du filtre est de couper toutes les composantes continues du signal d'entrée afin d'avoir en sortie un signal de valeur moyenne nulle.

Second filtre

10. $\underline{H_2}(j\omega) = 1 + \frac{G_0}{1 + j\frac{\omega}{\omega_2}} = \frac{1 + j\frac{\omega}{\omega_2} + G_0}{1 + j\frac{\omega}{\omega_2}}$. Ainsi $G_2(\omega) = |\underline{H_2}(j\omega)| = \frac{\sqrt{(1+G_0)^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2}}$.

Comportement en basse fréquence : $\lim_{\omega \to 0} G_2(\omega) = 1 + G_0$

Comportement en haute fréquence : $\lim_{\omega \to \infty} G_2(\omega) = 1$.

11. $f_2 = \frac{\omega_2}{2\pi} = \frac{1}{2\pi R_2 C_2} = \frac{1}{2\pi \times 680.10^3 \times 470.10^{-12}} = 498\ Hz$ et $G_0 = \frac{R_2}{R_3} = \frac{680}{6} = 113$

Ce filtre sert à amplifier les signaux de basse fréquence (inférieurs à f_2) . Dans le cas du signal de la figure 2 . L'amplitude du fondamental sera amplifée par contre les harmoniques ne seront pas modifiées.

3ème filtre

12. Ce filtre correspond à un filtre passe-bande (car le gain diminue rapidement en haute et en basse fréquence. . La fréquence centrale caractéristique est $f_0 \approx 330$ Hz par lecture sur la figure 5b.

Remarque : on peut supposer qu'il s'agit en réalité de 329,6 Hz correspondant à la fréquence du Mi aigu.

13. La bande passante est la bande de fréquences pour lesquelles $GdB(f) \geq GdB_{max} - 3$. Dans le cas présent, $GdB_{max} = 0$. On détermine les fréquences de coupure telles que : $GdB(f_c) = GdB_{max} - 3 = -3$. Par leture de la figure 5b, on trouve $f_{c1} \approx 320\ Hz$ et $f_{c2} \approx 340\ Hz$. Ainsi la bande passante est la bande de fréquences telle que : $320\ Hz \leq f \leq 340\ Hz$.

14. $GdB(315\,Hz) = -6 = 20\log\frac{U_S}{U_e}$ ainsi $\log\frac{U_S}{U_e} = \frac{-6}{20} = \frac{-3}{10}$ d'où $\frac{U_S}{U_e} = 10^{\frac{-3}{10}} = 0{,}50$. La composante spectrale en sortie est atténuée d'un facteur 2.

15. On trouve un premier pic (à $f = 0$) à 10 mV ce qui correspond bien à la valeur moyenne estimée en début de problème. On remarque que le fondamental est un peu au-dessus de 300 Hz, ce qui est bien compatible avec un signal à 315 Hz. Enfin, le 10e harmonique a une fréquence de 3200 Hz environ. Ceci correspond à un signal à 320 Hz ce qui, compte tenu des incertitudes lors du relevé initial, correspond à la valeur attendue.

16. En sortie du premier filtre, seule la composante continue sera supprimée, le reste du spectre n'étant pas modifié. Il s'agit donc du spectre (a).

17. À 315 Hz, le filtre (F_b) amplifie environ 100 fois le fondamental, un peu moins l'harmonique de rang 2 et quasiment pas les autres harmoniques. On peut donc s'attendre à un signal avec un fondamental d'amplitude environ égale à 1800 mV, ce qui correspond au spectre (d).

18. Le spectre du signal en sortie de (F_c) comprendra un fondamental à peu près divisé par 2 (gain à -6 dB) soit environ 900 mV, un harmonique de rang 2 très faible (un calcul montre qu'on obtient environ 63 mV) et des autres harmoniques quasi-absents. Le signal temporel sera quasi-sinusoïdal, d'amplitude 900 mV, et de fréquence 315 Hz.

