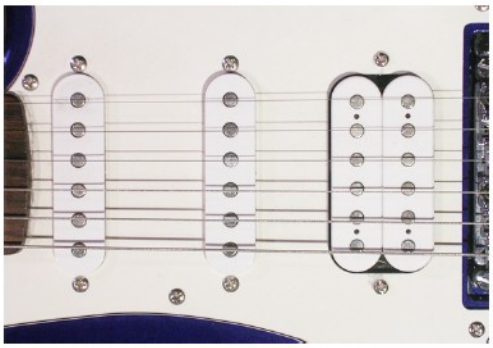Étude d'un microphone

Une guitare électrique se distingue d'une guitare classique par l'absence de caisse de résonance. Comme la vibration des cordes métalliques est très inefficacement transformée en onde acoustique, celle-ci est directement convertie en un signal électrique grâce à un transducteur électromagnétique : le micro. Apparus au début du XX^{e} siècle, les micros de guitares électriques ont la particularité de restituer la vibration des cordes sans entendre le son que ces dernières produisent.



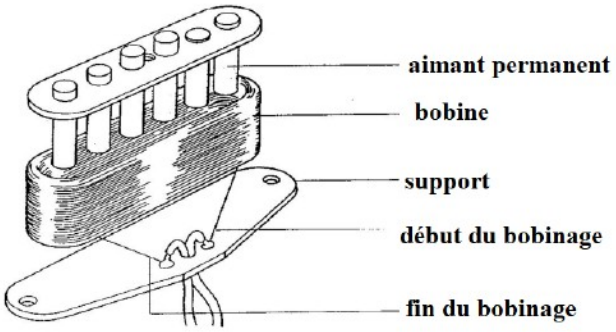


Figure 1

Un micro de guitare (figure 1) est constitué d'un ou de plusieurs aimants permanents entourés d'une bobine. Les aimants produisent un champ magnétique. Les cordes sont faites d'un matériau ferromagnétique. En vibrant, celles-ci modifient le champ magnétique créé par les aimants et génèrent grâce au phénomène d'induction (vu en fin d'année) une fem induite e(t) alimentant le micro et variant à la même fréquence que les cordes.

Dans le sujet on s'intéresse au modèle électrique du micro représenté figure 2.

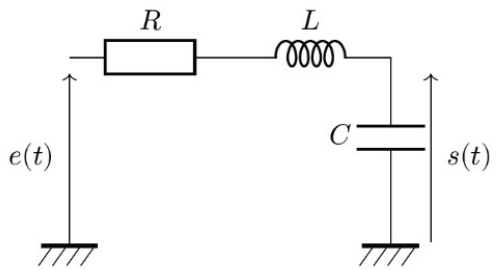


Figure 2

e(t) est la force électromotrice induite par le mouvement de la corde. *L* désigne l'inductance du bobinage et *R* sa résistance. De plus, le grand nombre de spires présentes dans le bobinage provoque un effet capacitif représenté par le condensateur *C*.

1. Étudier le comportement asymptotique de ce circuit. En déduire le type de filtrage réalisé par le micro.

2. Établir l'expression de la fonction de transfert du micro en régime sinusoïdal forcé $\underline{H}(j\omega)=\dfrac{\underline{S}}{\underline{E}}$.

3. Écrire la fonction de transfert sous la forme $\underline{H}(j\omega)=\dfrac{H_0}{1-\dfrac{\omega^2}{\omega_0^2}+j\dfrac{\omega}{Q\,\omega_0}}$ et exprimer les paramètres H_0, ω_0 et Q en fonction de *R*, *L* et *C*.

4. Montrer que, si $Q>\dfrac{1}{\sqrt{2}}$, il y a résonance pour une pulsation $\omega_r=\omega_0\sqrt{1-\dfrac{1}{2Q^2}}$. Quelle remarque peut-on faire si **Q >>1** ?

5. Exprimer le gain en décibel $GdB(\omega_0)$.

6. L'allure du diagramme de Bode en amplitude est représenté figure 3 pour différentes valeurs de Q : $Q=\frac{1}{\sqrt{2}}$, $Q=1$, $Q=10$ et $Q=100$. la valeur de f_0 étant la même pour les quatre graphes. Déterminer cette fréquence f_0.

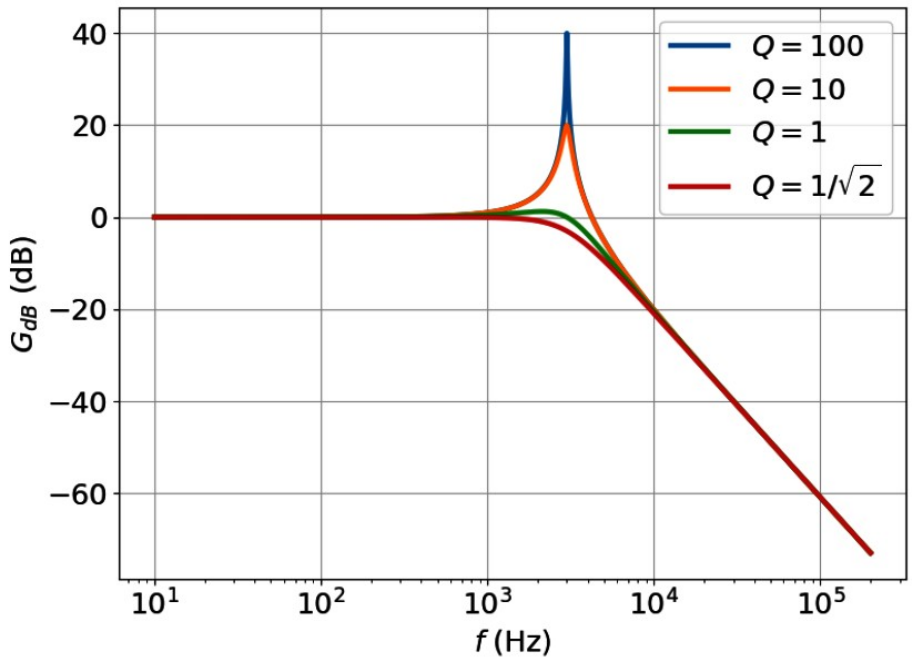


Figure 3: Diagramme de Bode en amplitude pour $Q = \frac{1}{\sqrt{2}}$ et $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$.

7. Déterminer graphiquement la pente des asymptotes en haute fréquence ? Retrouver ce résultat grâce à l'expression de la fonction de transfert.

8. Un potentiomètre (résistance variable) de résistance r est traditionnellement ajouté en parallèle de la capacité C. Donner l'expression littérale du nouveau gain statique (régime continu) du circuit en présence de ce potentiomètre. Ce dernier est accessible pour le guitariste. Quelle est son utilité ?

On souhaite mesurer les paramètres R, L et C de deux micros différents : le micro **Fender Lace Sensor** et le mirco **De Armond Dynasonic**. En l'absence de vibration de la corde, le micro est modélisé par le dipôle, d'impédance $\underline{Z}$, représenté à la figure 4 gauche.

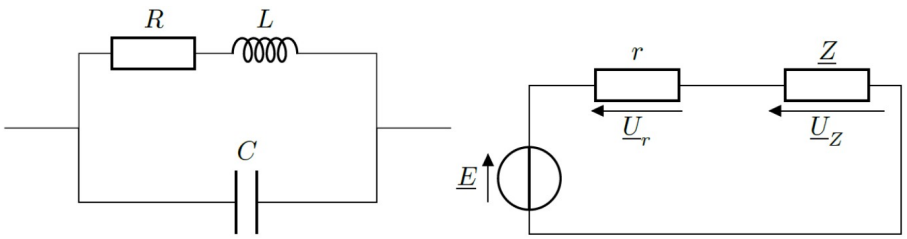


Figure 4

On réalise le montage de la figure 4 à droite, dans lequel la source de tension est idéale et délivre une tension sinusoïdale de la forme : $e(t) = E \cos(\omega t)$. r est un résistor de résistance $r = 10\ k\Omega$.

9. Exprimer $\underline{Z}$, l'impédance du micro orienté en convention récepteur, en fonction de R, L, C et ω.

10. Montrer que $\underline{Z} = r\frac{\underline{U}_z}{\underline{U}_r}$.

11. Le graphe de la figure 5 représente $\left|\frac{\underline{U}_z}{\underline{U}_r}\right|$ en fonction de la pulsation ω pour les deux micros étudiés : trait plein pour le micro **Fender** et pointillés pour micro **Dynasonic**. Montrer qu'en basses fréquences $\underline{Z} \simeq R$ et en déduire la valeur de R pour chaque micro.

12. Les relevés expérimentaux mettent en évidence que pour des fréquences de l'ordre de 1 kHz, $\underline{Z}$ est dominée par R et L (on peut négliger la présence du condensateur) . Montrer que pour ces fréquences $L \approx \frac{1}{\omega}\sqrt{\left(r\left|\frac{\underline{U}_z}{\underline{U}_r}\right|\right)^2 - R^2}$. En déduire la valeur de L pour chaque micro.

13. $\underline{Z}$ peut s'écrire sous la forme $\underline{Z} = R\frac{1 + jQ\frac{\omega}{\omega_0}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + j\frac{\omega}{Q\omega_0}}$. Identifier Q et ω_0.

14. Dans l'hypothèse $Q \gg 1$ et ω proche de ω_0, l'expression de $\underline{Z}$ se simplifie sous la forme : $\underline{Z} \approx R\frac{jQ^2}{2(1-\frac{\omega}{\omega_0})+j}$.

Expliquer comment évaluer C à partir des relevés expérimentaux. En déduire la valeur de C pour chaque micro.

15. Justifier, à partir des mesures expérimentales, l'affirmation suivante : « Le micro Fender sonne plus aigu que le micro Dynasonic ».

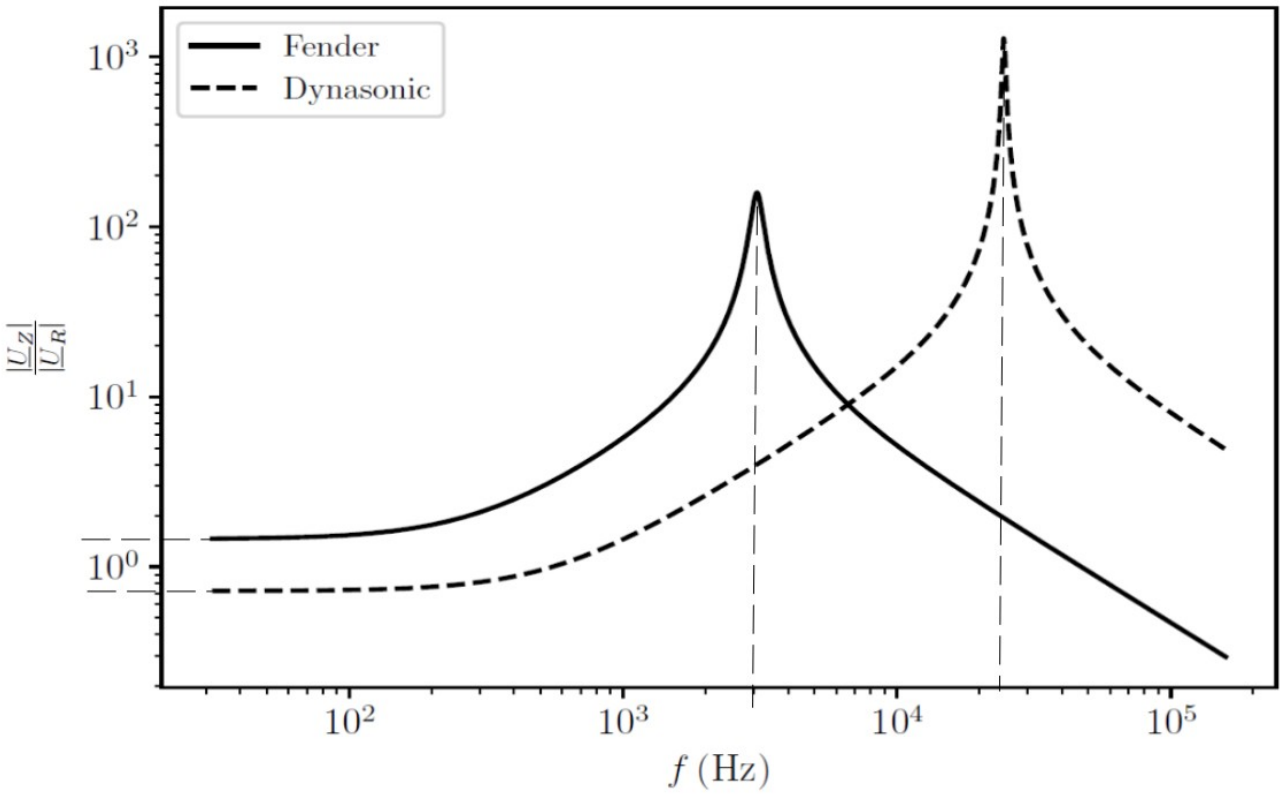


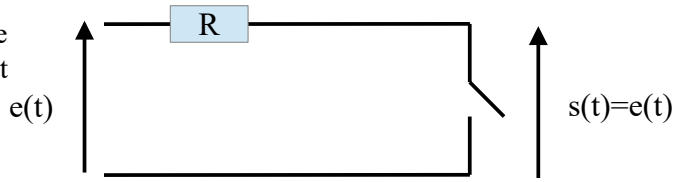
Figure 5

Fin de l'énoncé

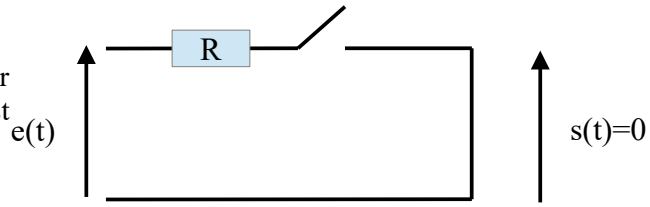
Correction préparation devoir surveillé n°6 sciences physiques

Étude d'un microphone *d'après* **Concours Centrale Supélec** *2024*

1. En basse fréquence la bobine est équivalente à un fil et le condensateur à un interrupteur ouvert. Le cirduit équivalent est représenté ci-contre :



En haute fréquence la bobine est équivalente à un interrupteur ouvert le condensateur à un fil. Le circuit équivalent est représenté ci-contre :



Conclusion : Le filtre coupe les hautes fréquences et laisse passer les basses fréquences. **C'est un filtre passe-bas.**

2. $\underline{H}(j\omega)=\dfrac{\underline{Z}_C}{R+\underline{Z}_L+\underline{Z}_C}=\dfrac{\dfrac{1}{jC\omega}}{R+jL\omega+\dfrac{1}{jC\omega}}=\dfrac{1}{jRC\omega-LC\omega^2+1}=\dfrac{1}{1-LC\omega^2+jRC\omega}$.

3. La fonction de transfert, peut se mettre sous la forme : $\underline{H}(j\omega)=\dfrac{H_0}{1-\dfrac{\omega^2}{\omega_0^2}+j\dfrac{\omega}{Q\omega_0}}$. Par identification : $\boxed{H_0=1}$; $\boxed{\omega_0=\dfrac{1}{\sqrt{LC}}}$ et $Q\omega_0=\dfrac{1}{RC}$ soit $Q=\dfrac{1}{RC\omega_0}$ soit $\boxed{Q=\dfrac{1}{R}\sqrt{\dfrac{L}{C}}}$.

4. $G(\omega)=|\underline{H}(j\omega)|=\dfrac{H_0}{\sqrt{\left(1-\dfrac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2+\left(\dfrac{\omega}{Q\omega_0}\right)^2}}=\dfrac{H_0}{\sqrt{D}}$. S'il y a résonance G est maximum ainsi D est min. Pour déterminer la valeur de ω telle que D est min on calcule :

$\dfrac{dD}{d\omega}=-4\dfrac{\omega}{\omega_0^2}\left(1-\dfrac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)+2\dfrac{\omega}{(Q\omega_0)^2}=2\dfrac{\omega}{\omega_0^2}\left(-2+2\dfrac{\omega^2}{\omega_0^2}+\dfrac{1}{Q^2}\right)$ cette dérivée est nulle pour $\omega=0$ ou pour ω_r tel que :

$-2+2\dfrac{\omega_r^2}{\omega_0^2}+\dfrac{1}{Q^2}=0$ soit $2\dfrac{\omega_r^2}{\omega_0^2}=2-\dfrac{1}{Q^2}$ soit $\omega_r=\omega_0\sqrt{1-\dfrac{1}{2Q^2}}$. ω_r existe unique si $1-\dfrac{1}{2Q^2}>0$ soit $\boxed{Q>\dfrac{1}{\sqrt{2}}}$.

Si $Q\gg 1$ $\boxed{\omega_r\approx\omega_0}$.

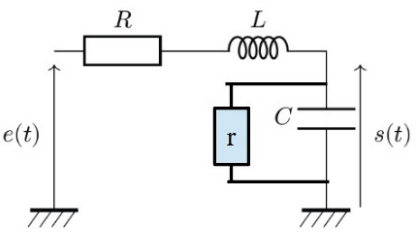
5. $\boxed{G_{dB}(\omega_0)=20\log G(\omega_0)=Q\,H_0}$.

6. Pour Q >>1 il y a résonance à la fréquence f_0. Par lecture graphique sur la courbe correspondant à Q=100 où GdB (f_0) = GdBmax = 20log(Q) = 40 on en déduit : $\boxed{f_0=3500\ Hz}$.

7. En haute fréquence , la pente de l'asymptote est de $\boxed{-40\ dB/décade}$. On peut retrouver ce résultat grâce à la fonction de transfert en considérant $\dfrac{\omega}{\omega_0}\gg 1$ soit $G(\omega)=\dfrac{H_0}{\sqrt{\left(1-\dfrac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2+\left(\dfrac{\omega}{Q\omega_0}\right)^2}}\approx H_0\dfrac{\omega_0^2}{\omega_2}$ soit

$GdB=20\log G(\omega)\approx 20\log(H_0\omega_0^2)-40\log\omega$ d'où la pente de -40 dB par décade.

8. Avec le potentiomètre, le circuit à considérer est :



La nouvelle fonction de transfert est :

$$\underline{H}(j\omega)=\frac{\underline{Z}_{eq}}{R+\underline{Z}_L+\underline{Z}_{eq}}=\frac{\dfrac{r}{1+jrC\omega}}{R+jL\omega+\dfrac{r}{1+jrC\omega}}=\frac{r}{R+r-rLC\omega^2+jL\omega+jRrC\omega}$$

En continu $\omega=0$ $\boxed{\underline{H}(0)=\dfrac{r}{R+r}=\dfrac{1}{1+\dfrac{R}{r}}}$. On peut également trouver (plus rapidement) ce résultat en utilisant le circuit équivalent en régime continu.

Ce gain est sans dimension.

En augmentant la valeur de r, soit la valeur du gain statique, le guitariste augmente le volume du son émis par la guitare. On notera que cette résistance influence aussi la valeur de la fréquence de coupure du filtre passe-bas.

9. $\underline{Z}=\dfrac{(\underline{Z}_L+\underline{Z}_R)\times\underline{Z}_C}{\underline{Z}_L+\underline{Z}_R+\underline{Z}_C}=\dfrac{(jL\omega+R)\times\dfrac{1}{jC\omega}}{jL\omega+R+\dfrac{1}{jC\omega}}$. d'où $\boxed{\underline{Z}=\dfrac{R+jL\omega}{1-LC\omega^2+jRC\omega}}$. :

10. En introduisant l'intensité I en convention récepteur : $\underline{U}_z=\underline{Z}\,\underline{I}$ et $\underline{U}_r=r\,\underline{I}$ d'où $\dfrac{\underline{U}_z}{\underline{Z}}=\dfrac{\underline{U}_r}{r}$ d'où $\boxed{\underline{Z}=r\dfrac{\underline{U}_z}{\underline{U}_r}}$.

11. En basse fréquence $\boxed{\underline{Z}(0)=R}$ ainsi quand ω tend vers 0 $\boxed{\left|\dfrac{\underline{U}_z}{\underline{U}_r}\right|=\dfrac{R}{r}}$.

Par lecture graphique pour le Dynasonic $\dfrac{R_{Dynasonic}}{r}=0{,}65$ d'où $\boxed{R_{Dynasonic}=6{,}5\,k\Omega}$,

Par lecture pour le Fender : $\dfrac{R_{Fender}}{r}=1{,}65$ d'où $\boxed{R_{Fender}=16{,}5\,k\Omega}$.

12. Si R et L dominent $\underline{Z}=R+jL\omega$, $\left|\dfrac{\underline{U}_z}{\underline{U}_r}\right|=\dfrac{\sqrt{R^2+L^2\omega^2}}{r}$ d'où $\boxed{L\approx\dfrac{1}{\omega}\sqrt{\left(r\left|\dfrac{\underline{U}_z}{\underline{U}_r}\right|\right)^2-R^2}}$.

Pour $f=1kHz$, on lit $\left|\dfrac{\underline{U}_z}{\underline{U}_r}\right|_{Fender}=6$ et $\left|\dfrac{\underline{U}_z}{\underline{U}_r}\right|_{Dynasonic}=1{,}5$ d'où $\boxed{L_{Fender}=9\,H}$ et $\boxed{L_{Dynasonic}=2\,H}$.

13. D'après l'expression fournie : $\underline{Z}=R\dfrac{1+jQ\dfrac{\omega}{\omega_0}}{1-\dfrac{\omega^2}{\omega_0^2}+j\dfrac{\omega}{Q\omega_0}}$. On sait également que $\underline{Z}=\dfrac{R+jL\omega}{1-LC\omega^2+jRC\omega}$. Par identification la pulsation propre $\boxed{\omega_0=\dfrac{1}{\sqrt{LC}}}$ et $\boxed{Q=\dfrac{L\omega_0}{R}=\dfrac{1}{R}\sqrt{\dfrac{L}{C}}}$.

14. $|\underline{Z}|\approx R\dfrac{Q^2}{\sqrt{4\left(1-\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2+1}}$, ce module est maximum pour $\omega=\omega_0$ et vaut $|\underline{Z}|\approx RQ^2$. Sur chaque graphe on lit f_0, on en déduit C tel que : $\boxed{C=\dfrac{1}{4\pi^2 L f_0}}$.

AN : $\boxed{f_{0\,Fender}=3\,kHz}$ $\boxed{C_{Fender}=0{,}3\,nF}$ et $\boxed{f_{0\,Dynasonic}=25\,kHz}$ $\boxed{C_{Dynasonic}=0{,}02\,nF}$

15. On constate que le micro Dynasonic présente une résonance étroite dans le domaine des ultrasons (fréquences supérieures à 20 kHz), alors que le micro Fender présente une résonance étroite dans la partie "aiguë" du domaine audible (fréquences supérieures à 2 kHz). Cette résonance permet donc au micro Fender d'amplifier préférentiellement

une certaines largeur de fréquences dans la partie supérieure du domaine audible, et donc de “sonner plus aigu que le micro Dynasonic”.