Programme de colles Quinzaine 1 (semaines du 15 et du 22 septembre)

Chapitre 1 : Boîte à outils
Un chapitre introductif dans lequel sont présentées les notations qui seront utilisées toute l'année. Il s'accompagne de plusieurs fiches qui brassent des notions vues les années précédentes.

Connaissances à mémoriser :
- Trigonométrie : mesures en radians ; cosinus, sinus et tangente ; valeurs remarquables de cos et sin sur le premier quadrant.
- Formules de trigonométrie : celles à connaitre, celles à retrouver.

Savoirs-faire à maîtriser :
- Résoudre des équations et des inéquations polynômiales en factorisant grace à une égalité remarquable, en remarquant un facteur commun ou une racine évidente. *On a posé une division euclidienne sur un exemple, il est donc possible de le faire dès maintenant pour ceux qui le souhaitent.*
- Rédiger une récurrence.
- Mettre en œuvre la méthode du pivot de Gauss pour résoudre un (petit) système.
  Notations des opérations élémentaires sur les lignes : $L_i \leftarrow L_i + \alpha L_j$, $L_i \leftarrow \alpha L_i$, *et* $L_i \leftrightarrow L_j$.

Démonstrations à connaitre :
- $\sqrt{2}$ est un irrationnel.

Chapitre 2 : Calculer dans $\mathbb{C}$
Premier chapitre sur les nombre complexes, le lien avec la géométrie du plan est crucial : toutes les notions vues s'interprètent géométriquement.

Connaissances à mémoriser :
- Vocabulaire des complexes : parties réelle et imaginaire, forme algébrique, module, arguments (d'un complexe non nul), argument principal.
- *À partir de la semaine du 22 :* nombres complexes de module 1, forme exponentielle d'un complexe (non nul), propriétés de l'argument.
- *À partir de la semaine du 22 :* formules d'Euler et de Moivre.

Savoirs-faire à maîtriser :
- Calculer avec les complexes, par exemple pour résoudre une équation, trouver une forme algébrique...
- *À partir de la semaine du 22 :* linéariser et délinéariser des expressions trigonométriques ; factoriser avec l'angle moitié.

Démonstrations à connaitre :
- Si z et z' sont deux complexes, on a $|zz'| = |z||z'|$.
- Inégalité triangulaire dans $\mathbb{C}$ (sans le cas d'égalité).

Pour cette première quinzaine, la colle se déroulera de la façon suivante :

1. une question de cours (une définition, une démonstration, une formule de trigonométrie à retrouver...) ;
2. un des exercices proposé ci-dessous ;
3. exercice au choix du colleur.

Exercices de la 1ère semaine

Exercice n° 1

Faire l'étude complète de $f(x) = \dfrac{-x^2 + 8x - 12}{x^2 - 4x + 3}$.

Exercice n° 2

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $\dfrac{x^2 + 2x}{x^2 - 5x + 4} < 1$.

Exercice n° 3

Démontrer que $\forall n \in \mathbb{N}^*,\ 2^{n-1} \leq n! \leq n^n$.

Exercice n° 4

Déterminer tous les $z \in \mathbb{C}$ tels que $|z| = |\frac{1}{z}| = |1 - z|$.