Automatismes en calcul, semaine du 12 janvier

13 janvier 2026

classes
préparatoires
scientifiques
Lycée Brizeux

Résoudre $(2\mathrm{i}-1)z^2-3z-\mathrm{i}=0$.

Résoudre $(2\mathrm{i}-1)z^2-3z-\mathrm{i}=0$.

$\Delta = 9+4\mathrm{i}(2\mathrm{i}-1) = 1-4\mathrm{i}$. Il faut trouver δune racine carrée de Δ.

- Avec la forme algébrique : $\delta = a+\mathrm{i}b$ (a, b des réels)

$$\delta^2=\Delta \Leftrightarrow \begin{cases} a^2-b^2=1 \\ a^2+b^2=\sqrt{17} \\ 2ab=-4 \end{cases} \quad \text{donc } a=\sqrt{\frac{1+\sqrt{17}}{2}} \text{ et}$$

$b=-\frac{2}{a}$ conviennent.

Résoudre $(2\mathrm{i}-1)z^2-3z-\mathrm{i}=0$.

$\Delta = 9+4\mathrm{i}(2\mathrm{i}-1) = 1-4\mathrm{i}$. Il faut trouver δune racine carrée de Δ.

- Avec la forme algébrique : $\delta = a+\mathrm{i}b$ (a, b des réels)

  $\delta^2 = \Delta \Leftrightarrow \begin{cases} a^2-b^2=1 \\ a^2+b^2=\sqrt{17} \\ 2ab=-4 \end{cases}$ donc $a = \sqrt{\dfrac{1+\sqrt{17}}{2}}$ et $b=-\frac{2}{a}$ conviennent.

- Avec la forme exponentielle :

$$\Delta = 1-4\mathrm{i} = \sqrt{17}\left(\frac{1}{\sqrt{17}}+\mathrm{i}\frac{-4}{\sqrt{17}}\right) = \sqrt{17}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\mathrm{Arccos}(\frac{1}{\sqrt{17}})}$$

Donc $\delta = \sqrt{\sqrt{17}}\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}\mathrm{i}\mathrm{Arccos}(\frac{1}{\sqrt{17}})}$ convient.

Résoudre $(2\mathrm{i}-1)z^2-3z-\mathrm{i}=0$.

$\Delta = 9+4\mathrm{i}(2\mathrm{i}-1) = 1-4\mathrm{i}$. Il faut trouver δune racine carrée de Δ.

- Avec la forme algébrique : $\delta = a+\mathrm{i}b$ (a, b des réels)

  $$\delta^2=\Delta \Leftrightarrow \begin{cases} a^2-b^2=1 \\ a^2+b^2=\sqrt{17} \\ 2ab=-4 \end{cases} \text{ donc } a=\sqrt{\frac{1+\sqrt{17}}{2}} \text{ et}$$

  $b=-\frac{2}{a}$ conviennent.

- Avec la forme exponentielle :

  $$\Delta = 1-4\mathrm{i} = \sqrt{17}\left(\frac{1}{\sqrt{17}}+\mathrm{i}\frac{-4}{\sqrt{17}}\right) = \sqrt{17}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\mathrm{Arccos}(\frac{1}{\sqrt{17}})}$$

  Donc $\delta = \sqrt{\sqrt{17}}\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}\mathrm{i}\mathrm{Arccos}(\frac{1}{\sqrt{17}})}$ convient.

Les solutions sont $\boxed{\dfrac{3\pm\delta}{2(2\mathrm{i}-1)}}$.

En précisant les domaines, dériver :

$$f(x) = \ln|\cos(x)| \ ; \ g(x) = (x^2+1)^{\sqrt{2}} \ ; \ h(x) = (\sin(x))^{\cos(x)}$$

En précisant les domaines, dériver :

$$f(x) = \ln|\cos(x)| \ ; \ g(x) = (x^2+1)^{\sqrt{2}} \ ; \ h(x) = (\sin(x))^{\cos(x)}$$

- $\forall x \in \mathbb{R}\backslash\{\frac{\pi}{2} + k\pi, \ k \in \mathbb{Z}\}, \ f'(x) = \frac{-\sin(x)}{\cos(x)} = -\tan(x)$

En précisant les domaines, dériver :

$$f(x) = \ln|\cos(x)| \ ; \ g(x) = (x^2+1)^{\sqrt{2}} \ ; \ h(x) = (\sin(x))^{\cos(x)}$$

- $\forall x \in \mathbb{R}\backslash\{\frac{\pi}{2} + k\pi, \ k \in \mathbb{Z}\}, \ f'(x) = \frac{-\sin(x)}{\cos(x)} = -\tan(x)$
- $\forall x \in \mathbb{R}, \ g'(x) = \sqrt{2}(x^2+1)^{\sqrt{2}-1}2x$

En précisant les domaines, dériver :

$$f(x) = \ln|\cos(x)| \ ; \ g(x) = (x^2+1)^{\sqrt{2}} \ ; \ h(x) = (\sin(x))^{\cos(x)}$$

- $\forall x \in \mathbb{R}\backslash\{\frac{\pi}{2} + k\pi, \ k \in \mathbb{Z}\}, \ f'(x) = \frac{-\sin(x)}{\cos(x)} = -\tan(x)$
- $\forall x \in \mathbb{R}, \ g'(x) = \sqrt{2}(x^2+1)^{\sqrt{2}-1}2x$
- $h(x) = \mathrm{e}^{\cos(x)\ln(\sin(x))}$ donc h est définie et dérivable sur $\Omega = \bigcup_{k\in\mathbb{Z}}]2k\pi;(2k+1)\pi[$ et on a, $\forall x \in \Omega$:

$$h'(x) = \mathrm{e}^{\cos(x)\ln(\sin(x))}\left(-\sin(x)\ln(\sin(x)) + \frac{\cos^2(x)}{\sin(x)}\right)$$

En précisant les intervalles, donner des primitives :

$$f(x) = \frac{2x+1}{\sqrt{x^2+x+3}} \; ; \; g(x) = \frac{\ln(x)}{x} \; ; \; h(x) = \mathrm{e}^{2x}\cos(3x)$$

En précisant les intervalles, donner des primitives :

$$f(x) = \frac{2x+1}{\sqrt{x^2+x+3}} \; ; \; g(x) = \frac{\ln(x)}{x} \; ; \; h(x) = \mathrm{e}^{2x}\cos(3x)$$

- $\forall x \in \mathbb{R},\ F(x) = 2\sqrt{x^2+x+3} + K \ (K \in \mathbb{R})$

En précisant les intervalles, donner des primitives :

$$f(x) = \frac{2x+1}{\sqrt{x^2+x+3}} \; ; \; g(x) = \frac{\ln(x)}{x} \; ; \; h(x) = \mathrm{e}^{2x}\cos(3x)$$

- $\forall x \in \mathbb{R},\ F(x) = 2\sqrt{x^2+x+3} + K \ (K \in \mathbb{R})$
- $\forall x \in \mathbb{R}^{+*},\ G(x) = \frac{1}{2}(\ln(x))^2 + K \ (K \in \mathbb{R})$

En précisant les intervalles, donner des primitives :

$$f(x) = \frac{2x+1}{\sqrt{x^2+x+3}} \; ; \; g(x) = \frac{\ln(x)}{x} \; ; \; h(x) = \mathrm{e}^{2x}\cos(3x)$$

- $\forall x \in \mathbb{R},\ F(x) = 2\sqrt{x^2+x+3} + K \ (K \in \mathbb{R})$
- $\forall x \in \mathbb{R}^{+*},\ G(x) = \frac{1}{2}(\ln(x))^2 + K \ (K \in \mathbb{R})$
- $\forall x \in \mathbb{R},\ h(x) = \mathrm{Re}\left(\mathrm{e}^{x(2+3\mathrm{i})}\right)$ et donc
  $\forall x \in \mathbb{R},\ H(x) = \mathrm{Re}\left(\frac{1}{2+3\mathrm{i}}\mathrm{e}^{x(2+3\mathrm{i})} + K\right) \ (K \in \mathbb{C})$
  soit $\forall x \in \mathbb{R},\ H(x) = \mathrm{e}^{2x}\left(\frac{2}{13}\cos(3x) + \frac{3}{13}\sin(3x)\right) + \widehat{K}$
  $(\widehat{K} \in \mathbb{R})$

classes
préparatoires
scientifiques
Lycée Brizeux

A l'écoute cette semaine : Massive attack

- Unfinished sympathy
- Angel
- Paradise circus
- Group four